Exam, Capitole Avansate de Informaticã Teoreticã (CAIT'07)

January 15, 2008

1 Reguli

Rezolvaţi cât mai multe probleme din lista de mai jos. **Fiţi concişi şi la obiect**, nu se acordã credit parţial pentru rãspunsuri nerelevante.

Puteţi folosi orice surse auxiliare, inclusiv materialele de pe pagina cursului/grupul de discuţii. **NU COPIAŢI, scrieţi cu cuvintele voastre**. Dacã suspectez cã rãspunsul nu vã aparţine veţi susţine examen oral, in care **trebuie sã dovediţi ca inţelegeţi ce aţi scris.**

Termenul limitã pentru primirea rãspunsurilor voastre este **vineri 25 Ianuarie, ora 6PM**. Rãspunsurile se pot trimite prin e-mail (gabriel.istrate@gmail.com) sau in persoanã, la cam. 045B (Institutul e-Austria).

Termenul de mai sus este *strict*.

2 Intrebãri

1. Ce este o problemã de decizie ? (Doresc atât o definiţie matematicã, şi o descriere in cuvinte şi un exemplu, care sã arate cã aţi inţeles conceptul).

2. Ce este o maşinã Turing şi de ce sunt ele studiate? (Nu doresc definiţia matematicã, ci o descriere in cuvinte).

3. Fie Φ o formulã **4-CNF** (adicã in forma normalã conjunctivã cu 4 literali in fiecare clauzã). Arãtaţi cã existã o asignare A a variabilelor care satisface cel puţin 15/16 din clauzele formulei Φ (Ajutor: vezi demonstraţia corespunzãtoare, facutã la curs, pentru 3-CNF).

4. Scrieţi condiţiile de optimalitate pentru soluţiile unei probleme de programare liniarã, şi ale problemei duale.

5. Considerãm urmãtoarea problemã de programare liniarã:

$$max(2X_1 + X_2 + X_3) :$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 1 \\ \mathrm{X}_1 - X_2 \leq 2 \\ \mathrm{X}_2 - 2X_3 \leq 3 \\ \mathrm{X}_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

Scrieţi problema dualã, şi explicaţi regulile pe care le-aţi folosit pentru a o obţine.

6. Considerãm urmãtoarea problemã de optimizare:
   INTRARE: Un graf bipartit $G = (V_1, V_2, E)$.
   DE GÃSIT: Un cuplaj in G cu numãr maxim de muchii (*un cuplaj intr-un graf bipartit este o mulţime de muchii care nu se intersectează in niciun vârf*).

   Exprimaţi problema de mai sus ca o problemã de programare in numere intregi.

7. Aruncãm de 100 de ori o monedã echilibratã (probabilitatea fiecãrei feţe este 1/2). Daţi o margine superioarã (folosind lucruri invãţate la curs) pentru probabilitatea ca sã obţinem cap de mai mult de 80 de ori.

8. Definiţi problema pãdurii Steiner. Care este performanţa algoritmului de aproximare pe care l-am vãzut la curs ? Explicaţi in cuvinte (intuitiv, *nu* matematic) ce inseamnã acest lucru (referitor la performanţã).

9. Fie X urmãtoarea variabilã aleatoare:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

   Calculaţi media lui X ($E[X]$).

10. De ce pentru a obţine algoritmi de aproximare care rulează in timp polinomial de cele mai multe ori gãsim o soluţie explicitã pentru o problemã *de programare liniarã*, şi nu pentru problema corespunzãtoare de programare in numere intregi ? (Idee ajutãtoare: cum diferã cele douã probleme in privinţa complexitãţii ?)

11. In problema Weighted Set Cover (rezolvatã cu ajutorul metodei primal-dual) in ce condiţii incrementãm valoarea unei variabile din soluţia primalã (de la 0 la 1) ?

12. In problema MAX-SAT, cum folosim valorile problemei de programare liniarã, relaxare a problemei de programare in numere intregi pentru a gãsi o soluţie ?

13. (Nu se punctează) Ce subiect v-a plãcut cel mai mult din cele predate in curs ?